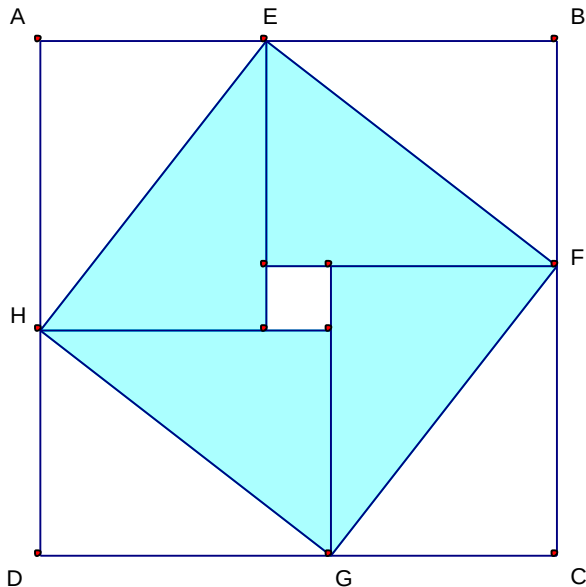


SUB14 - Problema 5

Descobre a medida!



Na figura dada, $ABCD$ é um quadrado com 10 cm de lado.

Sabe-se que $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{GC} = \overline{HD}$ e que a região pintada de azul tem uma área de 32 cm^2 , sendo formada por quatro triângulos retângulos.

Quanto mede $\overline{AE}$?



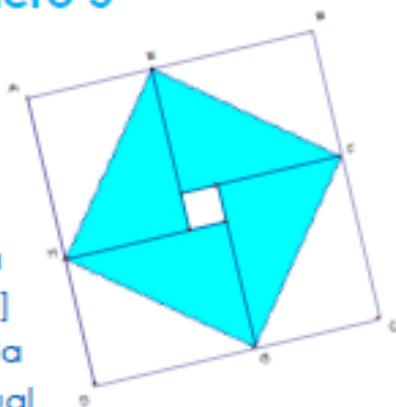
O Sub14 reserva-se o direito de editar as resoluções de participantes publicadas, exclusivamente no sentido de retificar pormenores de linguagem ou de correção matemática, respeitando o processo de resolução apresentado.

Maria Sofia Canas,

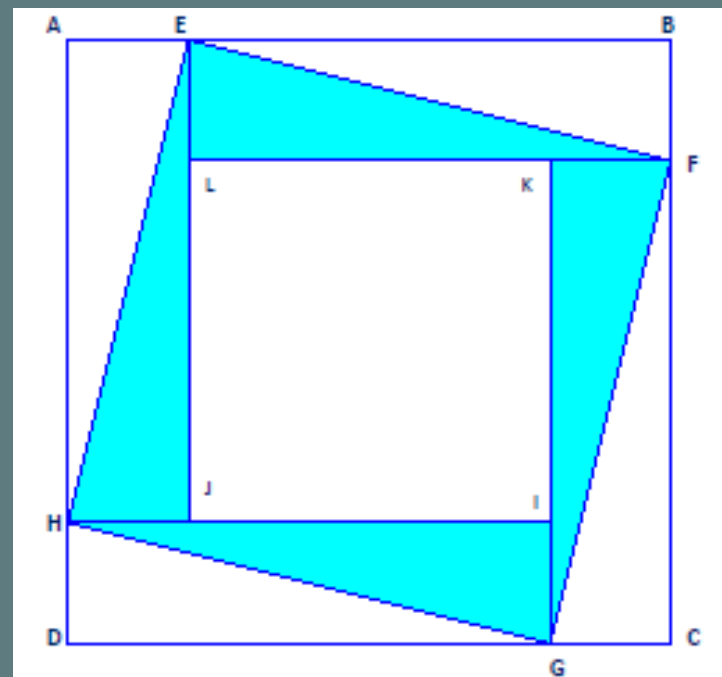
Agrupamento de Escolas do Bonfim, Portalegre

Resolução do problema número 5

Comecei por verificar que os retângulos [AHEJ], [ELBF], [KFGC], [GIHD] tinham de área 16cm^2 ($32 \div 4 \times 2$). A medida da área do quadrado [ABCD] é 100cm^2 (10×10), a medida do quadrado [LKJI] é 36cm^2 ($100 - 4 \times 16$). Assim a medida do lado quadrado [LKJI] é igual a 6cm ($\sqrt{36} = 6$). Também conclui que $\overline{AE} = 2\text{cm}$ ($(10 - 6) \div 2$)



Com este processo descobri que $\overline{AE} = 2\text{cm}$ e que a imagem apresentada no problema não está feita à escala, uma vez aparentemente a área do quadrado [LKJI] é menor que a área dos triângulos a sombreado, o que realmente não acontece. Por isso tentei fazer uma figura que traduza de uma forma correta o problema.



João Rafael Filipe,

EB 2,3 Pedro Nunes, Alcácer do Sal

$$A_{[ABCD]} = 100 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{azul}} = 32 \text{ cm}^2 \quad A_{\text{azul}} = 4 \times A_{\text{azuis}} = 4 \times A_{\text{brancos}}$$

$$4 \times A_{\text{brancos}} = 32 \text{ cm}^2$$

$$4 \times A_{\text{azuis}} + 4 \times A_{\text{brancos}} = 32 + 32 = 64 \text{ cm}^2$$

$$A_{\square_{\text{meio}}} = 100 - 64 = 36 \text{ cm}^2$$

$$A_{\square_{\text{meio}}} = \ell \times \ell$$

$$\ell^2 = 36$$

$$\ell = 6 \text{ cm}$$

$$\text{Sendo} \quad [AE] = [GC] = x$$

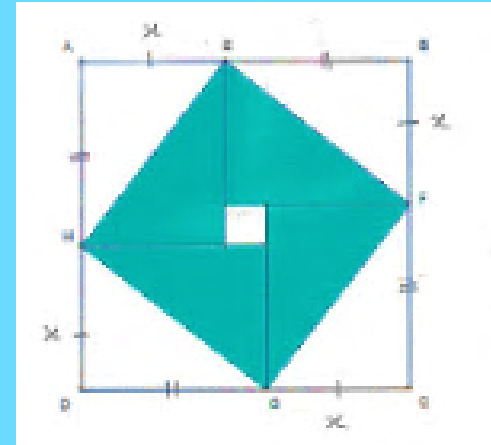
$$\text{Então} \quad [AE] + [GC] + \ell = 10$$

$$x + x + 6 = 10$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

R: AE mede 2 cm



Rui Miguel da Fonseca,
EBI/JI de Montenegro, Faro

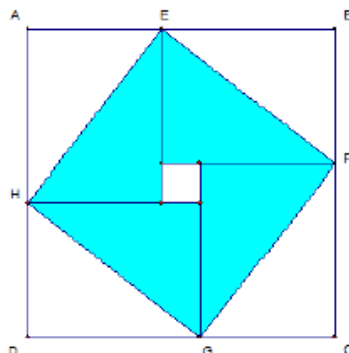
Primeiro vou tentar descobrir a área do quadrado que está no centro. Fazendo:

área do quadrado – a área da parte pintada de azul $\times 2$

Porque é que é a área parte pintada de azul multiplicada por 2?

Porque temos também de eliminar a área que está à volta da parte pintada de azul.

Que, por acaso, tem exatamente a mesma área que a parte pintada de azul. Porque cada uma é constituída por 4 triângulos e cada um destes triângulos é igual a todos os outros triângulos.



Agora vou ver qual é área do quadrado:

Área do quadrado [ABCD] =

= 10 (lado do quadrado) $\times$ 10 (lado do quadrado) = 100

Agora utiliza-se a formula acima referida para calcular a área do quadrado:

100 – 32 $\times$ 2 = 100 – 64 = 36

Agora vou descobrir o lado do quadrado:

$$\sqrt{36} = 6$$

Agora é só resolver a seguinte equação (sabendo que $y = 6$):

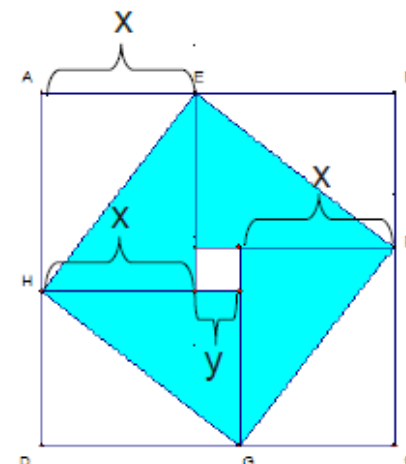
$$2x + 6 = 10$$

$$\Leftrightarrow 2x = 10 - 6$$

$$\Leftrightarrow 2x = 4$$

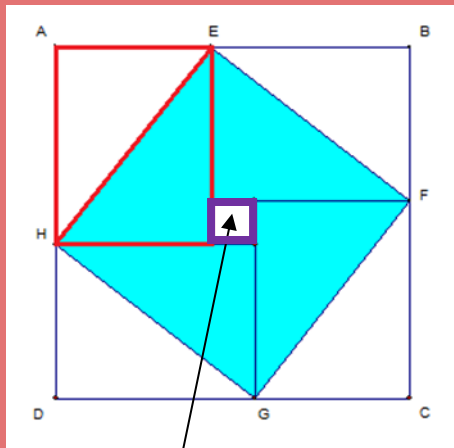
$$\Leftrightarrow x = 2$$

Resposta: $\overline{AE} = 2$



EB 2,3 D. Martinho Castelo Branco, Portimão

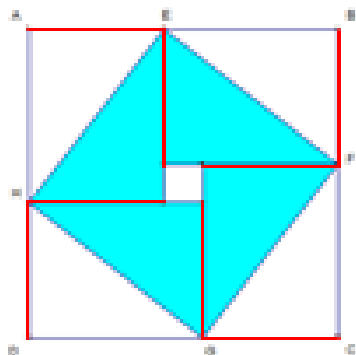
- Desta maneira também podemos obter a área do quadrado do meio, subtraindo a área dos quatro retângulos à área total do quadrado ABCD:
 $100 - 64 = 36\text{cm}^2$.
- Sabendo que a área do quadrado do meio é de 36cm^2 , sabemos que o seu lado é de 6cm ($\sqrt{36}$).
- Assim, também ficamos a saber que $\overline{AE} + 6 = \overline{AH}$.
- A medida que corresponde a $\overline{AE}$ é, portanto, um número que multiplicado por $\overline{AH}$ se obtém 16 (área do retângulo); que adicionado a $\overline{AH}$ se obtém 10 (lado do quadrado ABCD) e que ao ser adicionado ao número 6 (lado do quadrado do meio) vai originar $\overline{AH}$.
- $\overline{AE} \times \overline{AH} = 16$; $\overline{AE} + \overline{AH} = 10$; $\overline{AE} + 6 = \overline{AH}$
- Por tentativa e erro, calculei que os números que “encaixavam” nesta situação eram o 2 e o 8.
- $\overline{AE} < \overline{AH}$, logo $\overline{AE} = 2$ e $\overline{AH} = 8$.
- **Resposta: A medida de $\overline{AE}$ é de 2 cm.**



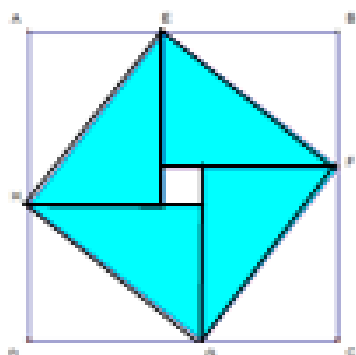
- A soma da área dos quatro retângulos de 16cm^2 dá-nos a área do quadrado ABCD - menos o quadrado do meio - que corresponde a 64cm^2 .

Katia Oliveira,

Colégio Internacional de Vilamoura, Loulé



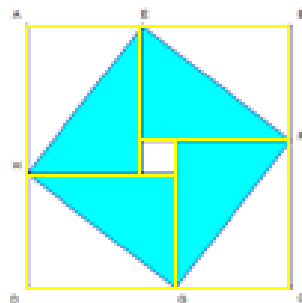
 - lados iguais



 - 32cm²

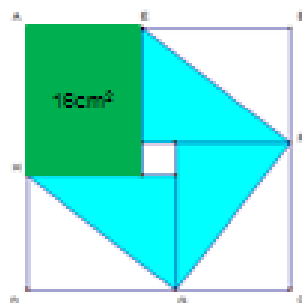
32cm² está dividido por 4 partes

$32/4 = 8\text{cm}^2$



 - lados dos retângulos

Os retângulos são divididos ao meio por uma linha diagonal, assim fazendo dois triângulos iguais. Sabe-se que cada triângulo tem como área 8cm², assim o retângulo tem 16cm² (8*2=16cm²).

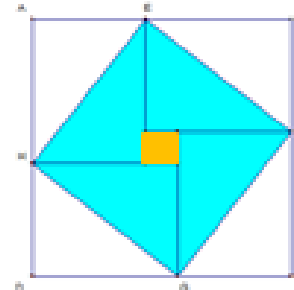


A área do quadrado ABCD é 100cm² (10*10= 100 cm²).

Para saber a área do pequeno quadrado, que se encontra no meio, temos de saber a área da soma dos retângulos.

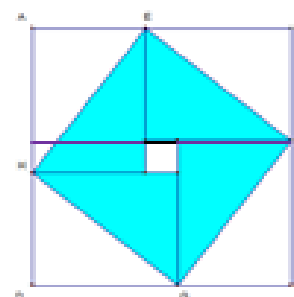
$16*4 = 64\text{cm}^2$

$100-64 = 36\text{cm}^2$



 - 36cm²

A raíz quadrada de 36 é 6cm.



 - 6cm

 - tem de ser do mesmo comprimento

$10-6 = 4\text{cm}$

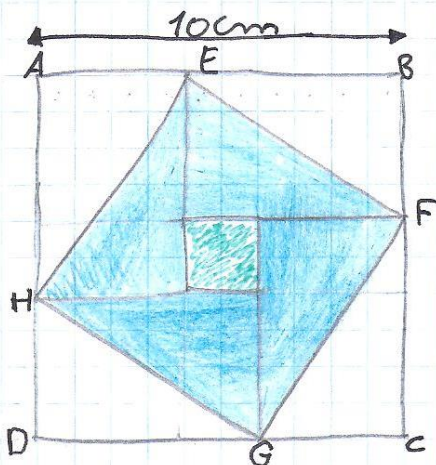
$4/2 = 2\text{cm}$

Então $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{HD}$ tem como comprimento 2cm.

Resposta: O lado $\overline{AE}$ mede 2cm.

Vasile Karpa, Alexandre Mestre e Laura Leoni,

EB 2,3 Dr. António de Sousa Agostinho, Almancil



$$\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{GC} = \overline{HD}$$

Área pintada de azul ~~tem~~ 32 cm² de área.

$10 \times 10 = 100 \text{ cm}^2$ é a área total do quadrado ABCD.

O triângulo AEH é congruente com EBF, com FGC e com GHD logo são também congruentes com os triângulos azuis.

$$\text{Então } 32 \text{ cm}^2 + 32 \text{ cm}^2 = 64 \text{ cm}^2.$$

64 cm^2 é a área da zona pintada de azul + a área pintada de branco sem contar com o quadrado pequeno

$$\text{O quadrado pequeno é } 100 \text{ cm}^2 - 64 \text{ cm}^2 = 36 \text{ cm}^2.$$

$$\text{O lado do quadrado é igual a } \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$$

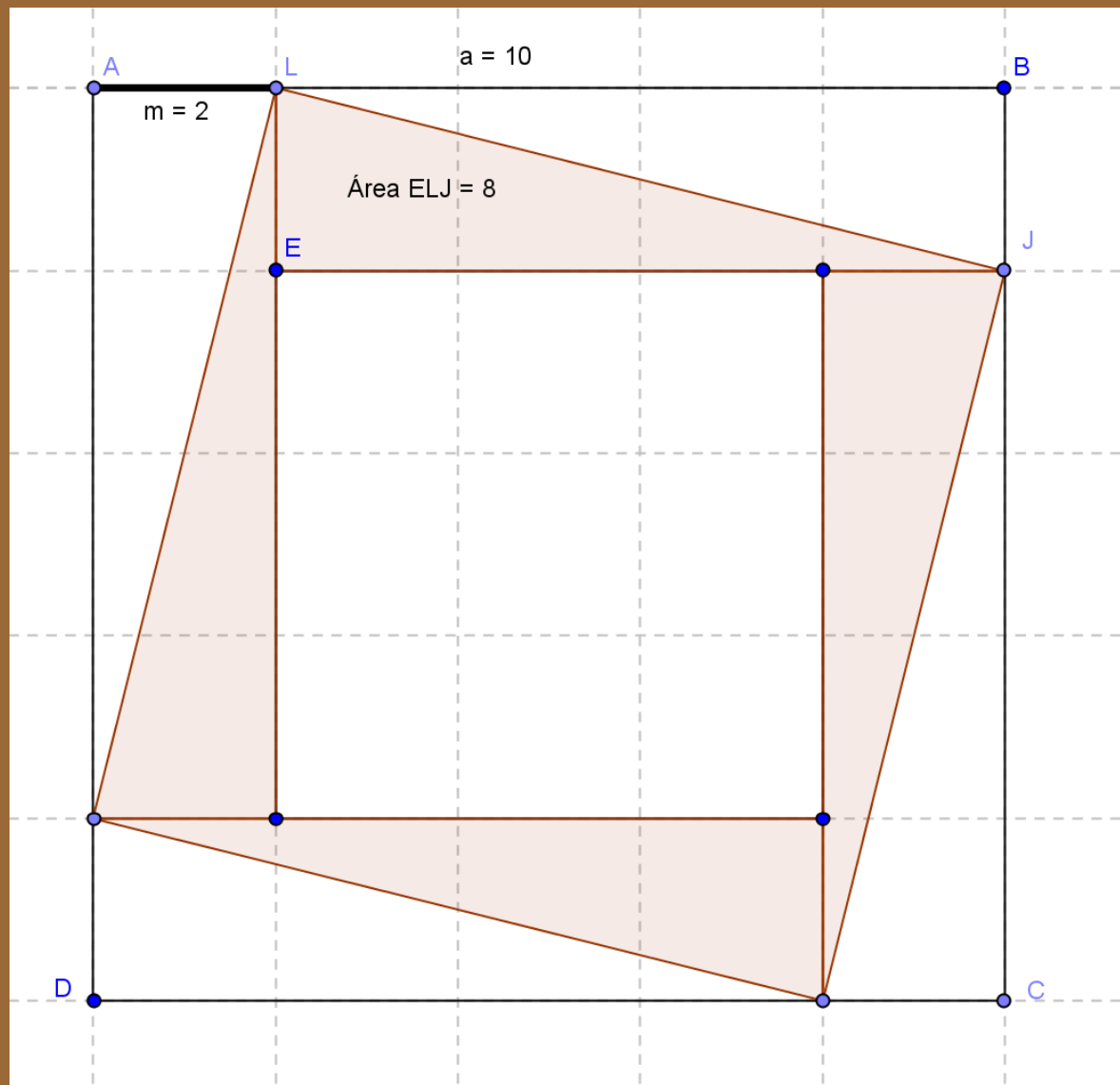
$$\text{Então } 10 \text{ cm} - 6 \text{ cm} = 4$$

$4:2 = 2$ - porque os lados são congruentes e são dois logo dividimos por 2

Então concluímos que $AE = 2 \text{ cm}$

Flávio Fernandes e Milton Aguiar,

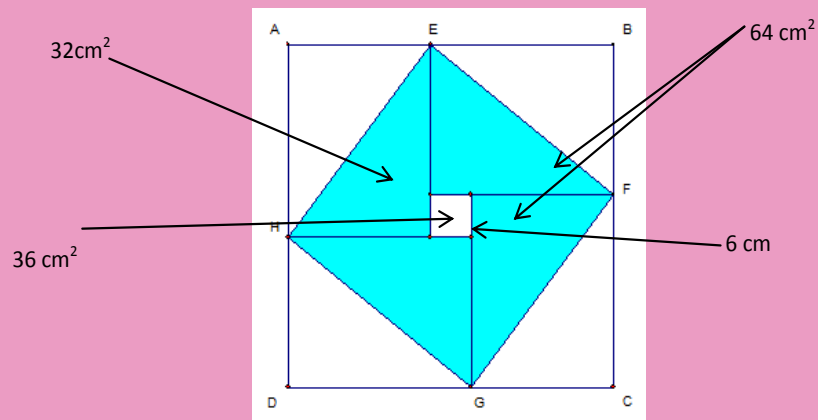
EB 2,3 Dr. João Lúcio, Olhão



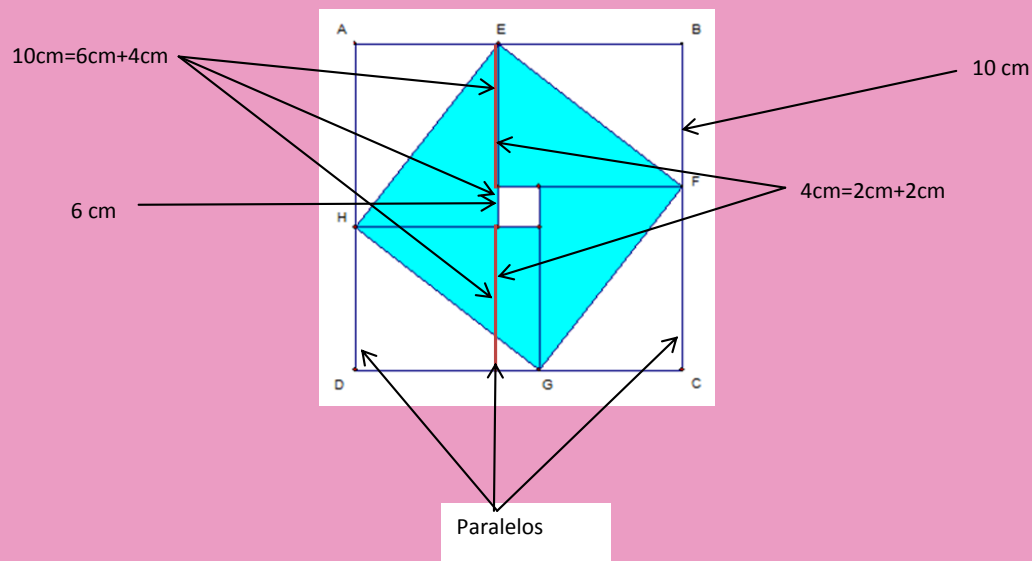
Gonçalo Jacob,

EB 2,3 Dr. José Neves Júnior, Faro

Sabe-se que os retângulos são iguais e que os triângulos também. Os 4 triângulos azuis são metade dos 4 retângulos. Por isso os 4 rectângulos têm 64 cm^2 e o quadrado interior tem 36 cm^2 e 6 cm de lado. $2 \times 32 \text{ cm}^2 = 64 \text{ cm}^2$ / $100 \text{ cm}^2 - 64 \text{ cm}^2 = 36 \text{ cm}^2$ / $\sqrt{36} = 6 \text{ cm}$



Assim sabemos que cada lado do quadrado pequeno tem 6 cm e que se se prolongasse para os dois lados, esses dois lados juntos têm 4 cm (porque formava um segmento de reta paralelo a dois lados do quadrado grande). Como o quadrado pequeno está no meio cada um desses 2 lados formados agora teria o mesmo comprimento, 2 cm, metade dos 4 cm que mediam juntos. $10 \text{ cm} - 6 \text{ cm} = 4 \text{ cm}$ / $4 \text{ cm} : 2 = 2 \text{ cm}$



Como isto se aplica a todos os lados do quadrado pequeno podemos observar que estes segmentos de reta que medem 2 cm têm o mesmo comprimento os segmentos de reta AE, BF, GC e DH.

R: AE mede 2 cm.

Mariana Ornelas,

EB/S Conde de Monsaraz, Reguengos de Monsaraz

Resposta

O segmento AE mede 2cm.

Explicação

Para eu achar a medida do comprimento entre os pontos AE, comecei a pensar e cheguei à conclusão que para achar essa medida teria de achar primeiro a medida de um dos lados do quadrado que está no centro da figura (zona não pintada de azul), porque como esse quadrado está no meio do quadrado maior, quer dizer que a medida que está para o seu lado direito é igual à que está para o seu lado esquerdo (e cada um desses lados tem a medida de AE que é igual à de GC). Foi por este raciocínio que eu cheguei à minha resposta, como se pode verificar nos seguintes cálculos:

$32\text{cm}^2 + 32\text{cm}^2 = 64\text{cm}^2 \rightarrow$ observando bem a imagem, podemos chegar à conclusão que o espaço ocupado pelos triângulos pintados a azul é igual ao espaço ocupado pelos triângulos pintados a branco dentro de cada um dos retângulos da figura. Então, fiz este cálculo para achar a área do espaço ocupado pelos triângulos pintados a azul e a dos pintados a branco, ou seja, dos 4 retângulos.

$10\text{cm} \times 10\text{cm} = 100\text{cm}^2 \rightarrow$ fiz este cálculo para saber a área do quadrado grande.

$100\text{cm}^2 - 64\text{cm}^2 = 36\text{cm}^2 \rightarrow$ quando fiz este cálculo fiquei a saber a área do quadrado do centro da figura.

$\rightarrow$ Depois fui achar a raiz quadrada da área do quadrado mais pequeno, que me deu 6cm. Com isto fiquei a saber a medida de um dos lados do quadrado mais pequeno.

$10\text{cm} - 6\text{cm} = 4\text{cm} \rightarrow$ com este cálculo fiquei a saber a medida do comprimento dos segmentos que estão do lado direito e do lado esquerdo do quadrado mais pequeno.

$4\text{cm} : 2 = 2\text{cm} \rightarrow$ com este cálculo fiquei a saber a medida do comprimento entre os pontos AE, que era o que nós queríamos saber neste problema.

David Ramires,

EB 2,3 de Monte Gordo

Para descobrir o comprimento de [AE] fiz da seguinte forma:

A região pintada a azul tem uma área de 32 cm^2 (8 cm^2 cada triângulo) e esta região tem precisamente a mesma área que a soma dos triângulos [DHG]; [AEH]; [EBF] e [CGF]. Então, a área formada pelos 4 retângulos é de 64 cm^2 , restando apenas a área do quadrado central. Como o quadrado [ABCD] tem 10 cm de lado, a sua área é de 100 cm^2 . Logo, a área do quadrado central é 36 cm^2 ($100 \text{ cm}^2 - 64 \text{ cm}^2 = 36 \text{ cm}^2$).

Se a área do quadrado é 36 cm^2 , então o lado do quadrado é igual a $\sqrt{36} = 6 \text{ cm}$. Como $\overline{AE} = \overline{CG}$ e $10 \text{ cm} - 6 \text{ cm} = 4 \text{ cm}$, então $\overline{AE} = \overline{CG} = 4 \text{ cm} : 2 = 2 \text{ cm}$

Para verificar o resultado calculei a área dos triângulos:

$$\frac{b \times a}{2} = \frac{2 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}}{2} = \frac{16 \text{ cm}^2}{2} = 8 \text{ cm}^2$$

R: O comprimento de [AE] é igual a 2cm. O desenho não foi feito à escala!

Alice Correia,

EBI Prof. Joaquim Moreira, Alcoutim

Sabendo que a parte azul tem de área 32cm^2 , então se dividirmos 32 por 4 obtemos a área de cada um dos triângulos retângulos.

$$A_{\triangle} = 32:4 = 8\text{cm}^2$$

Se observarmos os triângulos azuis com os triângulos brancos, dois a dois, formam retângulos. Somando a área dos triângulos ficamos a saber que cada retângulo tem de área 16cm^2 .

$$A_{\square} = 8+8 = 16\text{cm}^2$$

Se tentarmos arranjar dois valores para que através das fórmulas de cálculo das áreas do triângulo e do retângulo obtermos os valores acima referidos obtemos a medida de AE.

$$\text{Então: } A_{\square} = cxl = \frac{8x2}{2} = 16\text{cm}^2 \quad A_{\triangle} = bxh = \frac{2x8}{2} = 8\text{cm}^2$$

R.: AE mede 2cm.

Constança Castro, Ana Carolina Rodrigues e Milene Silva,
Colégio Internacional de Vilamoura, Loulé

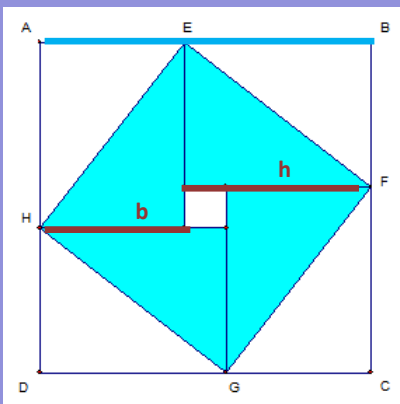
Para resolver este problema nós precisávamos de saber as seguintes informações:

$$A_{\triangle} = hxb:2$$

$$A_{\square} = lxc$$

No problema é dada a seguinte informação: “ (...) a região pintada de azul tem uma área de 32 cm^2 , sendo formada por 4 triângulos retângulos”. Ou seja, no problema 32 cm^2 serão o mesmo que $4 (hxb:2)$.

É também dito: “ (...) ABCD é um quadrado com 10 cm de lado”. E tiramos com esta frase as seguintes conclusões:



A linha azul mede o mesmo que as duas linhas vermelhas, o que significa que:

$$b + h = 10 \text{ cm}$$

Chegamos assim ao seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} 4 \left(\frac{h \times b}{2} \right) = 32 \Leftrightarrow \begin{cases} 2hb = 32 \Leftrightarrow 2h(10 - h) = 32 \Leftrightarrow \\ b + h = 10 \end{cases} \\ - \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20h - 2h^2 = 32 \Leftrightarrow -2h^2 + 20h - 32 = 0 \Leftrightarrow h^2 - 10h + 16 = 0 \Leftrightarrow \\ - \end{cases}$$

$$\begin{cases} h = \frac{10 \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \times 16}}{2} \Leftrightarrow h = \frac{10 \pm 6}{2} \Leftrightarrow h = 8 \vee h = 2 \Leftrightarrow \\ - \end{cases}$$

$$\begin{cases} - \\ b = 10 - h \Leftrightarrow b = 2 \vee b = 8 \end{cases}$$

R: AE mede 2 cm